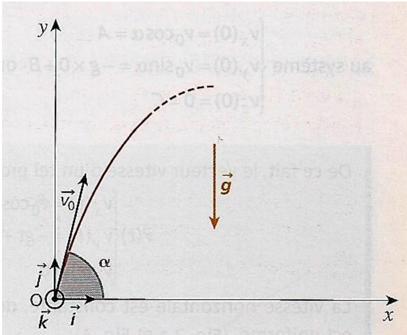
Mouvements dans un champ uniforme

Ce chapitre est une application des lois de Newton. Il a pour but de décrire le mouvement de différents objets ponctuels dans le champ de pesanteur terrestre ou dans un champ électrique uniforme.

1. Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme

1. Lancer d'un projectile, position du problème

Un projectile de masse m, considéré comme ponctuel, est lancé à l'instant initial avec une vitesse $\vec{v}_0$ faisant un angle α avec l'horizontale.
On considère le champ de pesanteur $\vec{g}$ uniforme.



L'action de l'air sur le projectile est négligée (pas de poussée d'Archimède ni de frottements).
Le point O est la position initiale du projectile. Le repère d'étude est un trièdre cartésien (Oxyz).

Dans ce système de coordonnées, le vecteur $\vec{v}_0$ a les composantes suivantes :

$$\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = \\ v_{0y} = \\ v_{0z} = \end{cases}$$

2. Choix d'un référentiel d'étude

On choisit de travailler dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

3. Bilan des forces

Le projectile n'est soumis qu'à son poids. Représenter cette force sur le schéma précédent.

Quand le système d'étude n'est soumis qu'à son poids on parle de chute libre.

4. Application de la deuxième loi de Newton

La deuxième de Newton s'écrit ici :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma\vec{F}_{ext} = m.\vec{g}$$

Donc $m.\vec{a} = m.\vec{g}$ soit $\vec{a} = \vec{g}$

5. Vecteur vitesse instantanée

Par projection sur les axes de l'équation précédente, on obtient : $\vec{a} \begin{cases} a_x = \\ a_y = \\ a_z = \end{cases}$

Pour obtenir les trois coordonnées du vecteur vitesse, il faut intégrer ces trois équations par rapport au temps puis déterminer les constantes d'intégrations à l'aide des conditions initiales.

On obtient alors : $\vec{v}(t) \begin{cases} v_x = \\ v_y = \\ v_z = \end{cases}$

où A,B et C sont des constantes d'intégration.

A l'instant initial, $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$ de coordonnées $\begin{cases} v_x(0) = \quad = \\ v_y(0) = \quad = \\ v_z(0) = \quad = \end{cases}$

On en déduit : $\begin{cases} A= \\ B= \\ C= \end{cases}$

De ce fait, le vecteur vitesse est donné par l'expression : $\vec{v}(t) \begin{cases} v_x(t) = \\ v_y(t) = \\ v_z(t) = \end{cases}$

On remarque la vitesse horizontale est constante.

6. Vecteur position

Pour obtenir les trois coordonnées du vecteur position, il faut intégrer les trois équations de vitesse par rapport au temps puis déterminer les constantes d'intégrations à l'aide des conditions initiales.

On obtient alors : $\overrightarrow{OG}(t) \begin{cases} x = \\ y = \\ z = \end{cases}$

où D,E et F sont des constantes d'intégration.

A l'instant initial, $\overrightarrow{OG}(0) = \vec{0}$ de coordonnées $\begin{cases} x(0) = \quad = \\ y(0) = \quad = \\ z(0) = \quad = \end{cases}$

On en déduit : $\begin{cases} D= \\ E= \\ F= \end{cases}$

De ce fait, le vecteur position est donné par l'expression : $\overrightarrow{OG}(t) \begin{cases} x(t) = \\ y(t) = \\ z(t) = \end{cases}$

x(t), y(t) et z(t) sont les *équations horaires du mouvement*.

On obtient z=0. Le mouvement se déroule dans le plan de tir (Oxy).

7. Equation cartésienne de la trajectoire

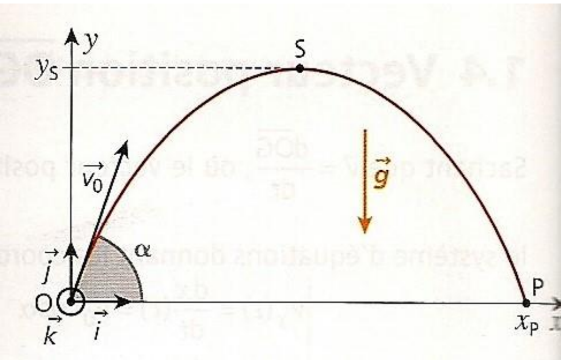
L'équation de la trajectoire est donnée par la fonction y=f(x).

L'équation $x(t) = (v_0.\cos(\alpha)).t$ conduit à écrire $t = \dfrac{x}{v_0.\cos(\alpha)}$

En remplaçant t par cette expression dans l'équation horaire de y on obtient :

y(x)=

Il s'agit d'une parabole incurvée vers le bas.



8. Caractéristiques de la trajectoire

La flèche

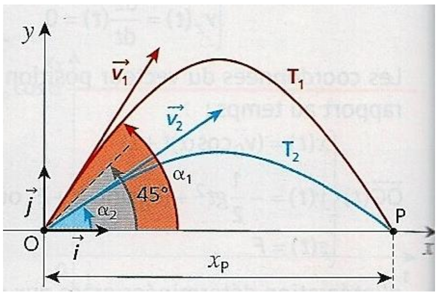
Au sommet de la trajectoire la vitesse verticale est nulle. On appelle t_s le temps au bout duquel le projectile atteint le point S. On peut alors écrire $v_y(t_s)=0$.

Alors $t_s = \dfrac{v_0.\sin(\alpha)}{g}$ et en remplaçant dans l'équation de y(t), on obtient :

Hauteur maximale atteinte : y_s=

La portée

La portée est la distance parcourue par le projectile avant de toucher le sol. Au point P, l'altitude est nulle y=0.



On remplace dans l'équation cartésienne :

Il existe deux solutions :

- La solution x=0 correspond à la position du lancer.
- L'autre solution est la portée, elle vaut :

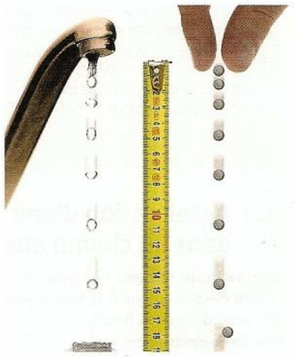
$$x_p = \frac{v_0^2 . \sin(2\alpha)}{g}$$

Plus la vitesse initiale est grande, plus la portée est importante.

D'autre part, la portée est maximale quand sin(2α)=1 c'est-à-dire pour α=45°.

9. Cas particulier : Chute verticale sans vitesse initiale

Lorsque la vitesse initiale est nulle, le projectile est en chute libre verticale, seul l'axe (Oy) est utile vu que l'accélération est verticale.



Bilan des forces

2ème loi de Newton

On intègre une première fois, on obtient la vitesse

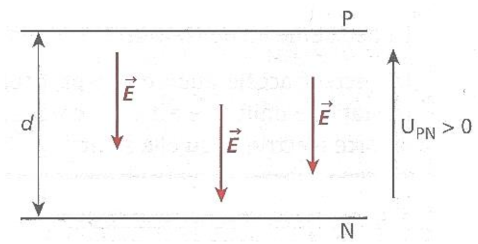
On intègre une seconde fois, on obtient la position

2. Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme

1. Champ et force

On considère le champ électrostatique généré par deux plaques d'un condensateur plan, distantes de d, en regard l'une de l'autre, portant les charges P et N. La tension U_{PN} est appliquée entre les plaques.

Entre les deux plaques, le champ électrostatique E est uniforme. Ce champ est orienté de l'armature au potentiel le plus haut vers l'armature de potentiel le plus bas.

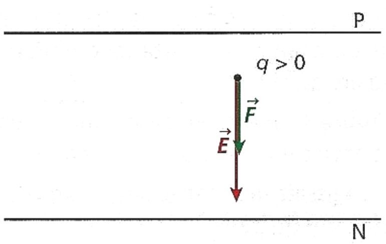


Une particule chargée, de charge électrique q dans un champ électrostatique subit une force électrique telle que :

$$\vec{F} = q.\vec{E}$$

F la force s'exprime en Newton N,
q la charge s'exprime en Coulomb C,
E le champ électrique s'exprime en $V.m^{-1}$.

Le sens de la force dépend du signe de la charge électrique q.



2. Accélération d'une particule chargée

On considère une particule chargée q de masse m dans un champ électrique et le champ de pesanteur.

Bilan des forces

La particule subit deux forces, son poids $\vec{P} = m.\vec{g}$ et la force électrique $\vec{F} = q.\vec{E}$.
Cependant si la particule étudiée est un électron, sa masse est excessivement faible et son poids est alors négligeable devant la force électrique. On néglige le poids dans la suite.

Deuxième loi de Newton

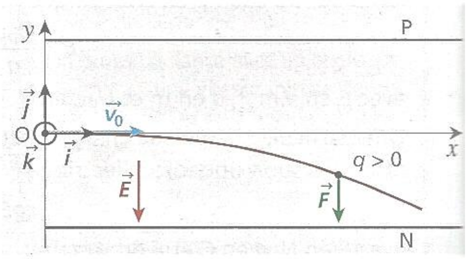
Elle s'écrit ici : $m.\vec{a} = q.\vec{E}$ soit $\vec{a} = \frac{q.\vec{E}}{m}$

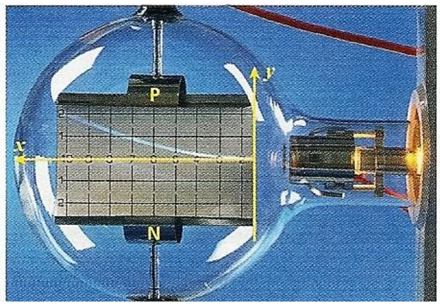
Une particule chargée est donc accélérée par un champ électrostatique, dans la même direction que le champ.

3. Déviation d'une particule

La photo et le schéma suivant décrivent la déviation d'un faisceau d'électrons pénétrant dans un champ électrostatique uniforme avec une vitesse initiale perpendiculaire au champ.

Le problème est formellement identique à celui du mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur uniforme : il suffit de remplacer g par $\frac{q.E}{m}$ et d'introduire les conditions initiales adéquat (α=0).





L'accélération s'écrit : $\vec{a}\ \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\dfrac{q.E}{m} \\ a_z = 0 \end{cases}$

Coordonnées du vecteur vitesse de la particule $\vec{v}(t)\ \begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = -\dfrac{q.E}{m}t \\ v_z(t) = 0 \end{cases}$

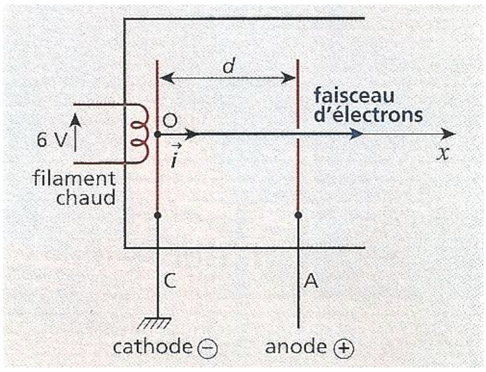
Coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OG}(t)\ \begin{cases} x(t) = v_0.t \\ y(t) = -\dfrac{q.E}{2m}t^2 \\ z(t) = 0 \end{cases}$

La trajectoire de la particule se fait dans le plan (Oxy).

Son équation cartésienne est celle d'une parabole : y(x)=

4. Le canon à électrons

Cette fois ci, le problème est identique à une chute libre sans vitesse initiale.



L'accélération est donnée par $a_x = \dfrac{q.E}{m}$.

L'accélération du champ de pesanteur g est remplacée par $\dfrac{q.E}{m}$.

La vitesse de l'électron est donnée par $v_x = \dfrac{q.E}{m}t$ et sa position est $x = \dfrac{q.E}{2.m}t^2$

On en déduit la vitesse acquise en fonction de la distance parcourue par la charge :

$$v = \sqrt{\frac{2.q.E.x}{m}}$$

Toutes les images sont issues du manuel Microméga, terminale S Physique/chimie Hatier.