

Exercices de Bac « Mesures et incertitudes »

Exercice 1

L'étiquette d'un sachet d'aspirine prescrit au titre de la prévention des AVC porte la mention : « Teneur en aspirine : 100 mg »

Un élève se propose de vérifier la teneur en aspirine, notée HA, de ce sachet.

Pour cela, il prépare une solution S en introduisant l'aspirine contenue dans le sachet dans une fiole jaugée, puis en ajoutant de l'eau distillée pour obtenir une solution de volume 500,0 mL.

Il prélève ensuite un volume $V_A = (100,0 \pm 0,1)$ mL de cette solution S qu'il dose avec une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium ($\text{Na}^+_{(\text{aq})} + \text{HO}^-_{(\text{aq})}$) de concentration, molaire $c_B = (1,00 \pm 0,02) \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ en présence de phénolphthaléine. Le volume V_E de solution aqueuse d'hydroxyde de sodium versé pour atteindre l'équivalence est $V_E = 10,7 \pm 0,1$ mL.

1. La masse m_{exp} d'aspirine ainsi formée est $m_{\text{exp}} = 96,3$ mg.

Déterminer l'incertitude relative $\frac{\Delta m_{\text{exp}}}{m_{\text{exp}}}$ dont on admet que, dans les conditions de

l'expérience, la valeur est donnée par la relation :

$$\left(\frac{\Delta m_{\text{exp}}}{m_{\text{exp}}} \right)^2 = \left(\frac{\Delta V_E}{V_E} \right)^2 + \left(\frac{\Delta c_B}{c_B} \right)^2$$

En déduire un encadrement de la masse m_{exp} obtenue par l'élève.

2. L'encadrement obtenu à la question précédente est-il en accord avec la mention portée sur le sachet d'aspirine ? Proposer une explication à l'écart éventuellement observé.

Exercice 2

1. Donner la valeur du rapport $\frac{e}{m}$. (Voici le résultat $\frac{e}{m} = 1,76 \times 10^{11} \text{ C.kg}^{-1}$)

2. On donne ci-dessous les valeurs des grandeurs utilisées, avec les incertitudes associées :

$$v_0 = (2,27 \pm 0,02) \times 10^7 \text{ m.s}^{-1} ;$$

$$E = (15,0 \pm 0,1) \text{ kV.m}^{-1} ;$$

$$L = (8,50 \pm 0,05) \text{ cm} ;$$

$$h = (1,85 \pm 0,05) \text{ cm} ;$$

L'incertitude du rapport $\frac{e}{m}$, notée $U\left(\frac{e}{m}\right)$, s'exprime par la formule suivante :

$$U\left(\frac{e}{m}\right) = \frac{e}{m} \sqrt{\left[\left(\frac{U(h)}{h}\right)^2 + \left(\frac{U(E)}{E}\right)^2 + 4\left(\frac{U(v_0)}{v_0}\right)^2 + 4\left(\frac{U(L)}{L}\right)^2\right]}$$

Calculer l'incertitude $U\left(\frac{e}{m}\right)$, puis exprimer le résultat de $\left(\frac{e}{m}\right)$ avec cette incertitude.

Correction

Exercice 1

$$1. \left(\frac{\Delta m_{\text{exp}}}{m_{\text{exp}}} \right)^2 = \left(\frac{\Delta V_E}{V_E} \right)^2 + \left(\frac{\Delta c_B}{c_B} \right)^2$$

$$\frac{\Delta m_{\text{exp}}}{m_{\text{exp}}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta V_E}{V_E} \right)^2 + \left(\frac{\Delta c_B}{c_B} \right)^2}$$

$$\frac{\Delta m_{\text{exp}}}{m_{\text{exp}}} = \sqrt{\left(\frac{0,1}{10,7} \right)^2 + \left(\frac{0,02 \times 10^{-2}}{1,00 \times 10^{-2}} \right)^2} = 2 \times 10^{-2} = 2 \%$$

$$\Delta m_{\text{exp}} = \frac{\Delta m_{\text{exp}}}{m_{\text{exp}}} \cdot m_{\text{exp}}$$

$$\Delta m_{\text{exp}} = 2 \times 10^{-2} \times 9,63 \times 10^{-2} = 2 \times 10^{-3} \text{ g} = 2 \text{ mg}$$

$$\text{Encadrement : } m_{\text{exp}} - \Delta m_{\text{exp}} < m_{\text{exp}} < m_{\text{exp}} + \Delta m_{\text{exp}}$$

$$\mathbf{94 \text{ mg} < m_{\text{exp}} < 98 \text{ mg}}$$

2. L'encadrement obtenu ne comprend pas la valeur de 100 mg mentionnée sur le sachet d'aspirine.

Exercice 2

$$1. \frac{e}{m} = \frac{2 \times (2,27 \times 10^7)^2 \times 1,85 \times 10^{-2}}{15,0 \times 10^3 \times (8,50 \times 10^{-2})^2} = 1,76 \times 10^{11} \text{ C.kg}^{-1}$$

$$U\left(\frac{e}{m}\right) = \frac{e}{m} \cdot \sqrt{\left[\left(\frac{U(h)}{h}\right)^2 + \left(\frac{U(E)}{E}\right)^2 + 4\left(\frac{U(v_0)}{v_0}\right)^2 + 4\left(\frac{U(L)}{L}\right)^2\right]}$$

$$U\left(\frac{e}{m}\right) = 1,76 \times 10^{11} \times \sqrt{\left[\left(\frac{0,05}{1,85}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{15,0}\right)^2 + 4\left(\frac{0,02}{2,27}\right)^2 + 4\left(\frac{0,05}{8,50}\right)^2\right]}$$

$$U\left(\frac{e}{m}\right) = 6 \times 10^9 \text{ C.kg}^{-1} = 0,06 \times 10^{11} \text{ C.kg}^{-1}$$

On ne conserve qu'un seul chiffre significatif pour l'incertitude

$$\frac{e}{m} = (1,76 \pm 0,06) \times 10^{11} \text{ C.kg}^{-1}$$